

Тишенина Елена Викторовна

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение основная общеобразовательная школа №21 города Оленегорска Мурманской области

Логико-математический анализ понятийного аппарата темы "Квадратный трехчлен" в обучении алгебре

Тема «Квадратный трехчлен» занимает в курсе алгебры одно из центральных мест. Задания по этой теме - непременный атрибут любого экзамена, и вступительных экзаменов в вуз, в частности. Главной целью занятий по математике по теме «Квадратный трехчлен» является расширение и углубление знаний. Это понятие можно назвать одним из базовых в школьном курсе математики.

Logical and mathematical analysis of the conceptual apparatus of the topic "Square three-membered" in algebra learning.

The topic "Square three-member" occupies one of the central places in the course of algebra. Tasks on this topic are an indispensable attribute of any exam, and entrance exams to the university, in particular. The main goal of math classes on the topic "Square Three Members" is to expand and deepen knowledge. This concept can be called one of the basic in the school course of mathematics.

Образование на современном этапе характеризуется усилением внимания к ученику, к его саморазвитию и самопознанию. Поэтому главную цель обучения формулируют следующим образом - подготовить человека к жизни так, чтобы он максимально реализовал свои возможности. В связи с этим меняется взгляд на назначение образования, целью образовательного процесса является уже не просто усвоение математики и других наук, а развитие личности средствами этих областей знаний. На первый план выдвигаются развивающие функции обучения предмету.

Развитие личности с помощью математики невозможно без приобретения определенной системы научных знаний. Понятия - одна из основных составляющих системы научных знаний любого предмета, в том числе математики. Без использования понятий невозможно сформулировать единый закон и тем самым разработать научную теорию. Без усвоения соответствующих понятий не может быть ни усвоения законов, ни усвоения теорий. Он определяет роль ведущих концепций в формировании системы научных знаний в соответствующей области науки в сознании студентов. Процесс создания системы знаний действует как процесс изучения концепций.

Процесс формирования понятий находится в центре внимания многих авторов, среди которых следует выделить исследования В.Г. Болтянского, Н.Я. Виленкина, М.Б. Воловича, Я.И. Грудёнова, О.Б. Епишевой, Ю.М. Колягина, Г.И. Саранцева, А. В. Усовой, А.Я. Хинчина и других.

Как упоминалось выше, тема «Квадратный трехчлен» очень важна в преподавании математики. Его учеба начинается в седьмом классе и продолжается в университетах, поэтому можно сказать, что это одно из основных направлений в математике. Но как именно ее реализовать и когда, каждый автор имеет свою точку зрения. Возможны различные подходы, чтобы познакомить студентов с понятием «квадратный трехчлен».

Впервые о квадратном трехчлене говорится в 7 классе. После этого линия квадратного трехчлена постоянно поддерживается.

Поэтому квадратный трехчлен играет большую и важную роль не только в школьном курсе алгебры, но и в дальнейшем обучении в учебных заведениях. Задания по этой теме также включены в вступительные экзамены университетов.

Другими словами, важность этой небольшой части школьного курса заключается в ее широком объеме.

Только на основе профессиональных навыков учитель может заниматься профессиональной деятельностью. Его главный аспект - подготовка к уроку. Подготовка включает в себя умение анализировать материал учебной темы, планировать ее изучение, обосновывать выбор учебных пособий, производить наглядные пособия, контролировать и оценивать учебную деятельность и результаты обучения студентов.

Иными словами, основным профессионально-методическим навыком учителя является умение проводить логико-математический анализ содержания учебного материала.

Под содержанием учебного материала в различных литературных источниках понимаются разные объекты. К ним относятся математические задачи, идеи, факты. Иногда это определенные тексты учебников и математические задачи. Тогда каждый пункт и параграф учебника можно подвергать анализу как новое своеобразное содержание и анализ сводить к выяснению, о чем же идет речь в той или иной части материала.

Исходя из особенностей предмета математики содержание учебного материала можно разделить на две группы, такие как:

1. Теоретический материал.
2. Математические задачи.

В группе «теоретический материал» относятся: понятия и определения; утверждения (теоремы, свойства, признаки и др.); алгоритмы (правилами, формулами и т.п.); математические методы (аксиоматическим, прямое и косвенное доказательство, координатным, векторным, методом уравнений и неравенств и др.) и т.д.

К группе «математических задач», относятся те задачи в которых переход от условия к заключению осуществляется математическими средствами, то есть математическим характером компонентов: обоснование и решение. Итогом преобразований задачи является результат. Под результатом понимают получение математического факта. Математический факт это числа, выражения, формулы, корни уравнения, свойства математических понятий, отношения.

По способу использования в учебном процессе математические задачи можно разделить на две группы.

- математические задачи, используемые для формирования понятий, непосредственного использования изученных утверждений, закрепления алгоритмов (в том случае эти задачи будем называть утверждениями), раскрытия и непосредственного применения математических методов. Задачи такого типа называются задачами, как средством обучения математике. Именно они преобладают в школьных учебниках.

- математические задачи, на основе которых можно организовать математическую деятельность на школьном уровне: постановку задачи и ее принятие, организацию поиска решения (анализ условия задачи, сопоставление условия и известных математических фактов, выработку стратегии решения и составление плана решения задачи), реализацию плана решения, критическое осмысление результатов решения и др. Эти задачи — задачи, как цель обучения математической деятельности.

Прежде, чем провести логико-математический анализ темы «Квадратный трехчлен», необходимо выяснит, с какими трудностями сталкиваются учащиеся при изучении этой темы и какие ошибки они совершают.

К трудностям можно отнести применение нерациональных приемов решения. Одной из распространенных ошибок является то, что ученик выучив формулу решения полного квадратного уравнения зачастую применяет ее в случае решения квадратных уравнений с четным коэффициентом при неизвестном в первой степени. Таким образом, большее внимание в процессе обучения следует уделять рациональным способам вычисления корней.

Еще одна распространенная ошибка в работах учеников средней школы при решении квадратных уравнений – это операции с буквенными коэффициентами. На вопрос, что называется коэффициентом, получаем один ответ: числовой множитель,

стоящий перед буквенным выражением. Этот факт подтверждает, что при оперировании с буквами ученики не всегда видят их конкретный смысл.

Следовательно, при обучении большее внимание следует обращать на нахождение числовых значений алгебраических выражений и на аналогию в выполнении алгебраических и арифметических действий; тем самым, учащиеся будут привыкать смотреть на буквенное выражение не только как на объект для тождественных преобразований, но и как на функцию входящих в него букв.

Одним из способов нахождения корней квадратных уравнений является применение теоремы Виета. Как правило она вызывает большие трудности у учащихся, поэтому они предпочитают ей нахождение корней через дискриминант. Это происходит по причине того, что ее смысл усваивается обучающимися только формально, что мешает им применять ее на практике.

Основываясь на своей практике работы в школе и изучая ошибки по рассматриваемой теме, можно сделать вывод, что теорему Виета целесообразно изучать индуктивным путем, исходя из рассмотрения приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, а затем перейти к рассмотрению этого вопроса для неприведенного квадратного уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$ и установить соотношение $-\frac{b}{a} = p$ и $\frac{c}{a} = q$

Обратимся к рассмотрению уравнений по заявленной теме.

Материал, который связан с уравнениями, составляет большую часть школьного курса математики. Это объясняется тем, что уравнения широко используются в различных разделах математики, в решении важных прикладных задач. На изучение этого материала отводится времени значительно больше, чем на любую другую тему школьного курса математики. Значимость теории уравнений в том, что она имеет не только теоретическое значение для познания естественных законов, но и служит конкретным практическим целям. Большинство жизненных задач сводится к решению различных видов уравнений.

Учащиеся должны: научиться решать полные квадратные уравнения выделением квадрата двучлена, графически, по общей формуле и формуле с четным вторым коэффициентом; знать виды уравнений (полное, неполное, приведенное, неприведенное); уметь решать неполные квадратные уравнения, рациональные, биквадратные; раскладывать квадратный трехчлен на множители; применять теорему Виета; решать текстовые задачи с помощью квадратных уравнений.

В алгебре понятие уравнения связано с тремя главными областями своего возникновения и функционирования:

- уравнение как средство решения текстовых задач;
- уравнение как особого рода формула, служащая в алгебре объектом изучения;
- уравнение, как формула, которой косвенно определяются числа или координаты точек плоскости (пространства), служащие его решением.

Таким образом, уравнение, как общематематическое понятие многоаспектно, причем ни один из аспектов нельзя исключить из рассмотрения, особенно, когда идет речь о проблеме математического образования в школе.

Так как материал, связанный с понятием уравнения является важным и обширным, в современной методике математики его изучение организовано в содержательно-методологическую линию - линию уравнений. Здесь рассматриваются вопросы формирования понятия уравнения, общие и частные методы его решения, взаимосвязи изучения уравнений с числовой, функциональной и другими линиями школьного курса математики.

Выделенным областям возникновения и функционирования понятия уравнения в алгебре

- Прикладная направленность линии уравнений раскрывается при изучении алгебраического метода решения текстовых задач;

- Теоретико-математическая направленность линии уравнений раскрывается в таких аспектах, как изучение наиболее важных классов уравнений, изучение обобщенных понятий и методов, относящихся к линии в целом;

- Направленность на установление связей с остальным содержанием курса математики.

Для того, чтобы провести логико-математический анализ содержания учебного материала темы «Квадратный трехчлен», необходимо провести логико-математический анализ ее компонентов.

К логико-математическому анализу данной темы будем относить анализ следующих ее компонентов:

- логико-математический анализ понятий и определений;
- логико-математический анализ утверждений (теорем, свойств, признаков и т.п.) и общие приемы работы с теоремой;
- логико-математический анализ правил (алгоритмов);
- классификация математических задач и их систематизация.

Под термином «понятие» понимается - форма мышления о целостной совокупности существенных и несущественных свойств объектов реального мира, в частности и математических объектов.

Для формирования математических понятий необходимо понимание математического объекта, который в понятии характеризуется благодаря применению определенных умственных действий.

Для проведения логико-математического анализа можно выделить основные понятия содержания учебного материала темы, такие как:

- квадратный трехчлен;
- квадратное уравнение;
- полное квадратное уравнение;
- неполное квадратное уравнение;
- корень квадратного уравнения (квадратный трехчлен);
- неприведенное квадратное уравнение;
- приведенное квадратное уравнение;
- дискриминант квадратного уравнения (квадратного трехчлена);
- рациональное выражение;
- рациональное уравнение;
- биквадратное уравнение;
- посторонний корень (для рационального или иррационального уравнения);
- равносильные уравнения.

Перечислим основные понятия представленной темы и проведем их логико-математический анализ.

1. Квадратный трехчлен.

В различных источниках, понятие «квадратного трехчлена», дается по - разному. В одних, квадратный трехчлен - это многочлен второй степени с одной переменной

$$ax^2 + bx + c$$

где x - переменная; a, b – коэффициенты ($a \neq 0$), c - свободный член.

В других, квадратным трехчленом относительно x называется выражение вида

$$ax^2 + bx + c$$

где a, b, c - некоторые числа, причем $a \neq 0$. Числа a, b, c называются коэффициентами квадратного трехчлена.

Из определения «квадратного трехчлена» вытекает определение квадратного уравнения.

2. Квадратное уравнение.

Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты a, b, c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$.

Коэффициенты a, b, c различают по названиям: a – первый, или старший коэффициент; b – второй коэффициент, или коэффициент при x ; c – свободный член.

Термин: квадратное уравнение.

Род: уравнение.

Видовые отличия: уравнение имеет вид $ax^2 + bx + c = 0$; x – неизвестное a, b, c – действительные числа, причем $a \neq 0$.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: конъюнктивная.

3. Полное квадратное уравнение.

Полное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого коэффициенты b и c отличны от нуля.

Термин: полное квадратное уравнение.

Род: квадратное уравнение.

Видовые отличия: присутствуют все три слагаемых; иными словами, коэффициенты b и c отличны от нуля.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: конъюнктивная.

4. Неполное квадратное уравнение.

Неполное квадратное уравнение – это квадратное уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых, иными словами, это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b, c равен 0.

Термин: неполное квадратное уравнение.

Род: квадратное уравнение.

Видовые отличия: присутствуют не все три слагаемых, иными словами, это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b, c равен 0.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: конъюнктивная.

5. Корень квадратного уравнения.

Корнем квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называют всякое значение переменной x , при котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ обращается в нуль; такое значение переменной x называют также корнем квадратного трехчлена.

Термин: корень квадратного уравнения.

Род: значение переменной x .

Видовые отличия: при подстановке значения переменной x уравнение обращается в верное числовое равенство.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: конъюнктивная.

6. Приведенное квадратное уравнение.

Квадратное уравнение называют приведенным, если его старший коэффициент равен 1.

Термин: приведенное квадратное уравнение.

Род: квадратное уравнение.

Видовые отличия: старший коэффициент равен 1.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: имплицативная.

7. Неприведенное квадратное уравнение.

Квадратное уравнение называют неприведенным, если его старший коэффициент отличен от 1.

Термин: неприведенное квадратное уравнение.

Род: квадратное уравнение.

Видовые отличия: старший коэффициент отличен от 1.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: имплицативная.

8. Дискриминант уравнения.

Обычно выражение $b^2 - 4ac$ обозначают D и называют **дискриминантом** квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ (или дискриминантом квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$).

Термин: дискриминант квадратного уравнения.

Род: выражение.

Видовые отличия: имеет вид $b^2 - 4ac$. Обозначение – D .

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Логическая структура: конъюнктивная.

9. Биквадратное уравнение или уравнение, сводящееся к квадратному..

Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$ называют биквадратным уравнением.

Термин: биквадратное уравнение.

Род: уравнение.

Видовые отличия: уравнение имеет вид $ax^4 + bx^2 + c = 0$.

Вид определения: через ближайший род и видовые отличия.

Таким образом, логико-математический анализ темы сводится к логико-математическому анализу каждого компонента темы в отдельности и установлению логической взаимосвязи между ними.

Математическое образование является неотъемлемой частью любого полноценного образования. Математика является одним из базовых предметов в школе. Она обеспечивает изучение других дисциплин – это относится не только к предметам физико-математического, технического и естественнонаучного циклов, но и гуманитарным дисциплинам. В современных условиях определенный объем математических знаний, владение некоторыми математическими методами стали обязательными элементами общей культуры – без математических знаний, без сформированных в ходе изучения математики технических навыков и умений (т.е. без владения вычислительными и иными алгоритмами) невозможно дальнейшее обучение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колягин Ю.М., Ткачева М.В, Фёдорова Н.Е. Алгебра 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений // - М.:Просвещение, 2012. – 319 с.
2. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений //-М.:Вентана-Граф, 2015. – 272с.
3. Антонова Т.И. Теория и методика обучения математике: уч. пособие по системе проф. подготовки учителя общеобразовательных учреждений для студентов 3 курса // Т.И.Антонова. – Хабаровск: Издво ХГПУ, 2004. Часть I. – 118с.
4. Самаров К.Л. Учебное пособие для школьников по математике // Резольвента: учебные материалы. – 2010. – URL: <https://www.resolventa.ru/index.php/kvadratnii-trekhchlen>
5. Латыпова Н.В. Квадратный трехчлен: Учебнометодическое пособие для учащихся //- Изд. ГОУВПО "УдГУ". Ижевск. –2009. 24 с.
6. Киселева Л.А. Методические особенности изучения квадратного трехчлена на уроках алгебры в 7-9 классах //Textarchive. — 2011. URL:<http://textarchive.ru/c-1279305.html>